

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1.  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos \theta}$  의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{3}{2}$

2.  $\int_0^1 2^{-x} dx = \frac{1}{\ln k}$  이다.  $k$ 의 값은? [2점]

- ① -4      ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ④ 2      ⑤ 4

3. 방정식  $4^x - 6 \cdot 2^x + 4 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $2^{2\alpha} + 2^{2\beta}$ 의 값은? [2점]

- ① 20      ② 22      ③ 24      ④ 26      ⑤ 28

4. 다섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4를 많아야 한 번 씩만 사용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는? [3점]

- ① 90      ② 96      ③ 98      ④ 108      ⑤ 120

5. 함수  $y = \cos x$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $\frac{\pi}{2}$ 만큼 평행이동한 다음에 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은? [3점]

- ①  $y = \sin x$     ②  $y = -\sin x$     ③  $y = \cos x$   
 ④  $y = -\cos x$     ⑤  $y = \sin x + 1$

6. 두 양수  $a, b$ 가  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{2^{x+1}-a} = \frac{b}{\ln 2}$ 를 만족시킬 때,  $ab$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 4    ④ 5    ⑤ 6

7. 함수  $f(x) = x \sin \frac{x}{2} + \cos 2x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2\pi+2h)-1}{h}$ 의 값은? [3점]

- ①  $-2\pi$     ②  $-2\pi-2$     ③  $-\pi$   
 ④  $2\pi-2$     ⑤  $2\pi$

8. 두 집합

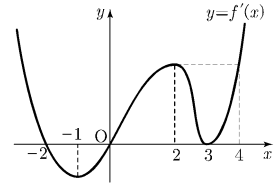
$A = \{x \mid 2^{-x^2+50} > 2^{-5x}\}$ ,  $B = \{x \mid 0.2^x \leq 1\}$   
에 대하여,  $A \cap B$ 에 속하는 정수의 개수는? [3점]

- ① 11
- ② 10
- ③ 9
- ④ 8
- ⑤ 7

9. 함수  $f(x) = x \ln \frac{1}{x}$ 의 최댓값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{e^2}$
- ②  $\frac{1}{2e}$
- ③  $\frac{1}{e}$
- ④  $e$
- ⑤  $e^2$

10. 미분 가능한 오차함수  $f(x)$ 의 도함수  $y=f'(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



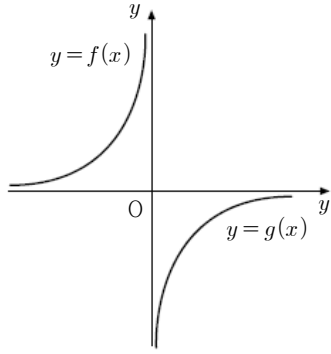
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보기>

ㄱ.  $f(x)$ 는 구간  $[2, 3]$ 에서 증가한다.  
 ㄴ.  $f(x)$ 는 구간  $(-2, -1)$ 에서 위로 볼록하다.  
 ㄷ.  $b > a > 3$ 일 때  $f(b) - f(a) > b - a$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[11 ~ 12] 함수  $f(x) = \frac{4}{x^2}$  ( $x < 0$ )의 역함수를  $g(x)$ 라 하자.  
 이때 두 함수  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.  
 11번과 12번의 두 물음에 답하시오.



11. 곡선  $y=g(x)$ 와  $x$ 축 및 두 직선  $x=1$ ,  $x=a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S(a)$ 라 할 때,  $\lim_{a \rightarrow 1+} \frac{S(\sqrt{a})}{a-1}$ 의 값은? [3점]

①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③  $\sqrt{2}$     ④ 2    ⑤ 4

12. 점 A, B가 각각 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$  위를 움직일 때  $\overline{OA} + \overline{OB}$ 의 최솟값은  $2^p \times 3^q$ 이다. 유리수  $p, q$ 에 대하여  $3p+2q$ 의 값은? (단, 0는 원점) [3점]

① 2                      ② 3                      ③ 4  
 ④ 5                      ⑤ 6

13. 다음은 자연수  $n$ 을  $k$ 개 (단,  $1 < k \leq n$ )의 자연수의 합으로 분할하는 방법의 수  $P(n, k)$ 의 어떤 성질을 보이는 과정이다.

자연수  $n$ 을  $k$ 개 (단,  $1 < k \leq n$ )의 자연수의 합으로 분할하는 방법의 수  $P(n, k)$ 는  $k$ 개의 자연수 중에

㉠ 1이 포함되는 경우  
 ㉡ 1이 포함되지 않는 경우  
 의 두 가지로 나누어 생각할 수 있다.  
 이때 ㉠의 경우는 1이상의 자연수  $a_1, a_2, \dots, a_{k-1}$ 에 대하여

$$n = 1 + a_1 + a_2 + \dots + a_{k-1}$$

이라 하면

$$n - 1 = a_1 + a_2 + \dots + a_{k-1}$$

이 되어  $(n-1)$ 개를  $(k-1)$ 개의 자연수의 합으로 나타내는 경우와 같다.  
 또, ㉡의 경우는 1이상의 자연수  $b_1, b_2, \dots, b_k$ 에 대하여

$$n = (1 + b_1) + (1 + b_2) + \dots + (1 + b_k)$$

의 꼴이므로

$$\boxed{\text{가}} = b_1 + b_2 + \dots + b_k$$

가 되어  $\square$ 를  $k$ 개의 자연수의 합으로 나타내는 경우와 같다.  
 따라서 다음이 성립한다.  
 $P(n, k) = P(\boxed{\text{나}}, k-1) + P(\boxed{\text{다}}, k)$

위의  $\square$ 의 (가), (나), (다)에 알맞은 것의 합은? [3점]

- ①  $2n-2k$     ②  $3n-2k-2$     ③  $3n-2k$   
 ④  $3n-k-1$     ⑤  $3n-2k-1$

14. 두 집합  $A, B$  가

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{7, 8, 9, 10\}$$

이다.  $A$ 에서  $B$  로의 함수  $f: A \rightarrow B$  중에서 두 조건

$$f(1) = f(3), f(2) \leq f(4)$$

를 만족하는 함수의 개수는? [4점]

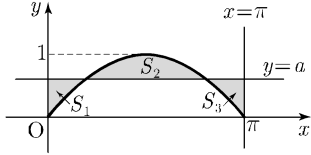
- ① 60                      ② 144                      ③ 160
- ④ 240                      ⑤ 320

15. 함수  $f(x) = \begin{cases} \ln ax & (0 < x < 2) \\ be^{x-2} & (x \geq 2) \end{cases}$  가 모든 양수  $x$ 에 대

하여 미분 가능할 때 양의 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은? [4점]

- ①  $\sqrt{e} + \frac{1}{2}$             ②  $\sqrt{e} - 1$             ③  $\frac{1}{2}(\sqrt{e} - 1)$
- ④  $\frac{1}{2}(\sqrt{e} + 1)$         ⑤  $\frac{1}{4}(\sqrt{e} + 1)$

16. 아래 그림과 같이 곡선  $y = \sin x$  (단,  $0 \leq x \leq \pi$ )와 세 직선  $x=0$ ,  $x=\pi$ ,  $y=a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 차례로  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ 이라 하자.  $S_1 + S_3 = S_2$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{\pi}$     ②  $\frac{2}{\pi}$     ③  $\frac{3}{2\pi}$     ④  $\frac{1}{2\pi}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

17. 좌표평면에서 연립부등식

$$\begin{cases} \log_x (\log_x y) \geq 0 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2 \end{cases}$$

를 만족시키는 점  $(x, y)$ 의 영역의 넓이는? [4점]

- ①  $\frac{\pi+1}{2}$     ②  $\frac{\pi+2}{4}$     ③  $\frac{2\pi+3}{6}$   
 ④  $\frac{2\pi+3}{8}$     ⑤  $\frac{\pi+2}{3}$

18. 좌표평면 위의 두 점  $P(x, 0)$ ,  $Q(x, \ln x)$ 를 이은 선분을 지름으로 하는 반원을 좌표평면에 수직으로 그린다.  $x$ 의 값이  $x=1$ 에서  $x=e$ 까지 움직일 때, 이 반원이 그리는 입체의 부피는? [4점]

- ①  $\frac{e-2}{8}\pi$       ②  $\frac{e-1}{4}\pi$       ③  $\frac{e-2}{4}\pi$
- ④  $(e-1)\pi$     ⑤  $(e-2)\pi$

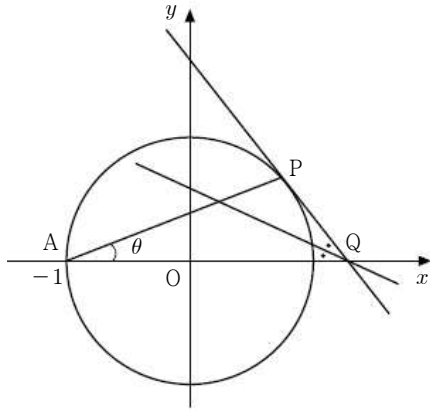
19. 자연수 6을 순서를 생각하여 두 자연수의 합으로 나타내는 경우는

$$1+5, 5+1, 2+4, 4+2, 3+3$$

의 5가지가 있다. 이와 같은 방법으로, 자연수 10을  $n$ 개의 자연수의 합으로 나타내는 경우의 수를  $a_n$ 이라 할 때,  $a_2+a_3+\dots+a_8+a_9$ 의 값은? [4점]

- ① 254                      ② 256                      ③ 508
- ④ 510                      ⑤ 512

20. 그림과 같이 원  $x^2+y^2=1$  위의 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q라 하자. 점 A(-1, 0)과 원점 O에 대하여  $\angle PAO = \theta$ 라 하고 점 Q를 지나고  $\angle AQP$ 를 이등분하는 직선의 기울기를  $L(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}} L(\theta) \overline{PQ}$ 의 값은? [4점]



- ① -2
- ② -1
- ③  $-\frac{1}{2}$
- ④  $\frac{1}{2}$
- ⑤ 2

21. 함수  $f(x) = e^x$ 와 양의 실수  $a$ 에 대하여 함수  $ax - f(x)$ 의 최댓값을  $f_1(a)$ 라 하자. 또,  $x$ 에 대한 함수  $f_1(x)$ 와 양의 실수  $a$ 에 대하여 함수  $ax - f_1(x)$ 의 최댓값을  $f_2(a)$ 라 하자. 일반적으로  $x$ 에 대한 함수  $f_n(x)$  (단,  $n$ 은 자연수)와 양의 실수  $a$ 에 대하여 함수  $ax - f_n(x)$ 의 최댓값을  $f_{n+1}(a)$ 라 하자. 함수  $f_n(x)$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{2n} f_k\left(1 + \frac{k}{2n}\right)$ 의 값은? [4점]

- ①  $2\ln 2 + e^2 - e - \frac{9}{4}$
- ②  $2\ln 2 + e^2 - e - \frac{3}{4}$
- ④  $4\ln 2 + e^2 - e - \frac{9}{4}$
- ④  $4\ln 2 + e^2 - e - \frac{3}{4}$
- ⑤  $2\ln 2 - e^2 + e - \frac{9}{4}$



## 단답형

22.  $\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = -4$ 일 때,  $(4\sin\theta - 4\cos\theta)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

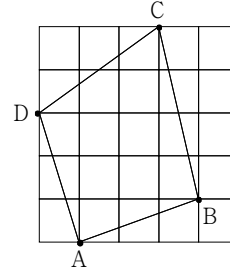
23. 함수  $f(x) = -(\log_2 x)^2 + \log_2 x^6 - 1$ 은  $x = a$ 에서 최댓값  $M$ 을 갖는다.  $a + M$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수  $f(x) = xe^{ax+b}$ 가  $f'(0) = 1$ ,  $f''(0) = 6$ 을 만족할 때,  $f(\ln 2)$ 의 값은  $\ln k$ 이다. 자연수  $k$ 의 값을 구하시오. (단, 상수  $a, b$ 는 상수) [3점]

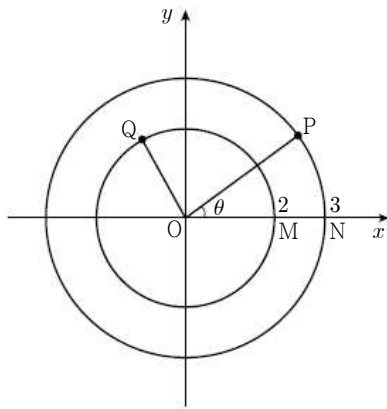
25.  $\lim_{x \rightarrow e} \frac{30}{x-e} \int_e^x \ln t^2 dt$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 같은 종류의 연필 9개와 같은 종류의 공책 7권을 세 사람 A, B, C에게 나누어 주려고 한다. 어느 사람도 적어도 1개의 연필과 1권의 공책을 받도록 나누어 주는 방법의 수를 구하시오. [4점]

27. 다음 그림에서 직선 AC와 직선 BD가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\tan \theta$ 의 값을 구하시오. (단, 모든 사각형은 똑같은 크기의 정사각형이다.) [4점]



28. 중심이 모두 원점  $O$ 이고 점  $M(2, 0)$ ,  $N(3, 0)$ 을 지나는 원을 각각  $C_1$ ,  $C_2$ 라 하자.  $C_2$  위를 움직이는 동점  $P$ 가 처음에 점  $N(3, 0)$ 에서 출발하여 일정한 속력으로 시계 반대 방향으로 회전하고  $C_1$  위에 있는 동점  $Q$ 는 처음에 점  $M(2, 0)$ 에서 일정한 속력으로 점  $P$ 와 동시에 출발하여 시계 반대 방향으로 점  $P$ 의 2배의 속력으로 움직인다.  $\angle POM = \theta$ 일 때 선분  $PQ$ 의 길이를  $f(\theta)$ 라 하자.  $f'(\frac{\pi}{4})$ 의 값은  $\frac{k}{\sqrt{13}}$ 이다.  $k$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 연속함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축 및 두 직선  $x=-1$ ,  $x=1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $a$ 라 하자. 함수  $f(x)$ 에 대하여 다음의 두 조건이 성립할 때,  $9a-4a^3$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (1)  $a$ 는 1보다 작다.
- (2) 임의의 실수  $x$ 에 대하여 다음이 성립한다.

$$f(x) + \int_{-1}^1 |f(x)| dx = \sqrt{|x|}$$

30. 좌표평면 위의 점들을 원소로 하는 두 집합

$$A = \{(a, b) \mid a, b \text{는 자연수}, 1 \leq a \leq 5, 1 \leq b \leq 1000\}$$

$$B = \{(c, d) \mid c, d \text{는 자연수}, 1 \leq c \leq 1000, 1 \leq d \leq 5\}$$

가 있다. 합집합  $A \cup B$ 에 속하는 점 중에서 다음을 만족시키는 점의 개수를  $k$ 라 할 때  $k$ 를 1000으로 나눈 나머지를 구하시오. [4점]

두 실수  $p, q$ 에 대하여 크지 않은 수를  $r(p, q)$ 라 하자. 두 곡선  $y = 2^x, y = \log_2 x$ 가 있고,  
 원  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = \{r(a, b)\}^2$ 이 두 곡선 중 한 곡선과 만나고 다른 곡선과는 만나지 않는다.

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.