이번 7평 19번 문제

19. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1)(2n+1-2k)^2 = \frac{n^2(2n^2+1)}{3}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=1$, (우변)$=1$ 이므로
주어진 등식은 성립한다.

(ii) $n=m$일 때, 등식

$$\sum_{k=1}^{m}(2k-1)(2m+1-2k)^2 = \frac{m^2(2m^2+1)}{3}$$

이 성립한다고 가정하자. $n=m+1$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1}(2k-1)(2m+3-2k)^2$$

$$= \sum_{k=1}^{m}(2k-1)(2m+3-2k)^2 + \boxed{\text{(가)}}$$

$$= \sum_{k=1}^{m}(2k-1)(2m+1-2k)^2$$

$$+ \boxed{\text{(나)}} \times \sum_{k=1}^{m}(2k-1)(m+1-k) + \boxed{\text{(가)}}$$

$$= \frac{(m+1)^2\{2(m+1)^2+1\}}{3}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 주어진 등식이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(m)$, (나)에 알맞은 수를 p라 할 때, $f(3)+p$ 의 값은? [4점]

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

유사 기출문제
알맞은 수라는 것에 포인트 두고 제가 했던 방법으로 풀어보세요

2011 나형 10월 12번 교육청문제

다음은 모든 자연수 n에 대하여 등식

$$\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}(n+1-k)^2=\sum_{k=1}^{n}k \quad \cdots\cdots ㉠$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

증명
(1) $n=1$일 때, (좌변) $=1$, (우변) $=1$이므로 ㉠이 성립한다. (2) $n=m$일 때 ㉠이 성립한다고 가정하면 $\sum_{k=1}^{m}(-1)^{k-1}(m+1-k)^2=\sum_{k=1}^{m}k$ 이다. $n=m+1$일 때 ㉠이 성립함을 보이자. $\sum_{k=1}^{m+1}(-1)^{k-1}(m+2-k)^2$ $=(-1)^0(m+1)^2+(-1)^1m^2+\cdots+(-1)^m\cdot 1^2$ $=(m+1)^2+\boxed{(가)}\cdot\sum_{k=1}^{m}(-1)^{k-1}(m+1-k)^2$ $=(m+1)^2+\boxed{(나)}=\sum_{k=1}^{m+1}k$ 그러므로 $n=m+1$일 때도 ㉠이 성립한다. 따라서 (1), (2)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 ㉠이 성립한다.

위의 증명에서 (가)에 알맞은 수를 a라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(m)$이라 할 때, $a+f(9)$의 값은? (4점)

① -46 ② -44 ③ -42
④ -40 ⑤ -38