

- 1*

5. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수  $f : A \rightarrow A$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 3) \\ 1 & (x = 4) \end{cases}$$

로 정의하자.

$$f^1(x) = f(x), f^{n+1}(x) = f(f^n(x)) (n = 1, 2, 3, \dots)$$

이라 할 때,  $f^{2012}(2) + f^{2013}(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
④ 6                      ⑤ 7

6. 서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여  $P(A \cap B) = 2P(A \cap B^c)$ ,

$P(A^c \cap B) = \frac{1}{12}$ 일 때,  $P(A)$ 의 값은? (단,  $P(A) \neq 0$ 이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{5}{8}$                       ③  $\frac{3}{4}$   
④  $\frac{7}{8}$                       ⑤  $\frac{15}{16}$

7. 임의의 두 사건 A, B에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

[보 기]

$$\neg. 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$\neg. P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\neg. P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$$

- ①  $\neg$                       ②  $\neg$                       ③  $\neg, \neg$   
④  $\neg, \neg$                       ⑤  $\neg, \neg$

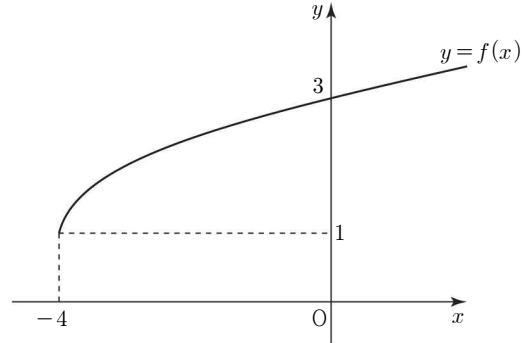
8. 철수가 받은 전자우편의 10%는 '여행'이라는 단어를 포함한다. '여행'을 포함한 전자우편의 50%가 광고이고, '여행'을 포함하지 않은 전자우편의 20%가 광고이다. 철수가 받은 한 전자우편이 광고일 때, 이 전자우편이 '여행'을 포함할 확률은? [3점]

- ①  $\frac{5}{23}$       ②  $\frac{6}{23}$       ③  $\frac{7}{23}$       ④  $\frac{8}{23}$       ⑤  $\frac{9}{23}$

9. A가 동전을 2개 던져서 나온 앞면의 개수만큼 B가 동전을 던진다. B가 던져서 나온 앞면의 개수가 1일 때, A가 던져서 나온 앞면의 개수가 2일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{5}$       ③  $\frac{1}{4}$   
④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

10. 그림은 무리함수  $f(x) = \sqrt{x+a}+b$ 의 그래프이다.



함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점이  $(p, q)$ 일 때,  $p+q$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ①  $3 + \sqrt{15}$       ②  $3 + 3\sqrt{2}$       ③  $3 + \sqrt{21}$   
④  $3 + 2\sqrt{6}$       ⑤  $3 + 3\sqrt{3}$

11. 이산확률변수  $X$ 에 대하여

$$P(X=2)=1-P(X=0), \quad 0 < P(X=0) < 1, \quad \{E(X)\}^2 = 2V(X)$$

일 때, 확률  $P(X=2)$ 의 값은? [3점]

①  $\frac{1}{6}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{1}{2}$

④  $\frac{2}{3}$

⑤  $\frac{5}{6}$

12. 부등식  $a^m < a^n < b^n < b^m$ 을 만족시키는 양수  $a, b$ 와 자연수  $m, n$ 에 대하여 옳은 것은? [3점]

①  $a < 1 < b, \quad m > n$

②  $a < 1 < b, \quad m < n$

③  $a < b < 1, \quad m < n$

④  $1 < a < b, \quad m > n$

⑤  $1 < a < b, \quad m < n$

13. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $n < a_n < n+1$ 을 만족시

킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

14. 전체집합  $U$ 의 공집합이 아닌 세 부분집합  $P, Q, R$ 가 각각 세 조건  $p, q, r$ 의 진리집합이고, 세 명제  $p \rightarrow q, \sim p \rightarrow q, \sim r \rightarrow p$ 가 모두 참일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

— < 보 기 > —

- ㄱ.  $P^C \subset Q$   
ㄴ.  $R - P^C = \emptyset$   
ㄷ.  $R^C \cup P^C \subset Q$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 두 연속확률변수  $X, Y$ 는

각각 정규분포  $N(m, \sigma^2), N(am, b\sigma^2)$ 을 따르고 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} & P(X \geq 0) = P(Y \geq 0) \\ \text{(나)} & P(X \leq 1) + P(Y \geq 2) = 1 \end{aligned}$$

이때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a > 0, b > 0$ ) [4점]

- ① 5                      ② 6                      ③ 7  
④ 8                      ⑤ 9

16. 음이 아닌 정수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f$ 가 음이 아닌 정수  $n$ 과  $0 \leq k \leq 9$ 인 정수  $k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} & f(0) = 0 \\ \text{(나)} & f(10n + k) = f(n) + k \end{aligned}$$

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

$$\begin{aligned} \neg. & f(100) = 1 \\ \neg. & (f \circ f)(999) = 9 \\ \vdash. & f(n) \text{이 } 6 \text{의 배수이면 } n \text{은 } 6 \text{의 배수이다.} \end{aligned}$$

- ①  $\neg$                       ②  $\vdash$                       ③  $\neg, \neg$   
④  $\neg, \vdash$               ⑤  $\neg, \neg, \vdash$

17.  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^4 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^5 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^6$ 을 전개

한 식에서  $x^2$  항의 계수는? [4점]

- ① 16                      ② 20                      ③ 24  
④ 28                      ⑤ 32




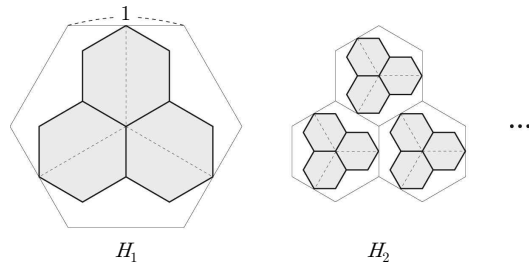
18. 한 변의 길이가 1인 정육각형에서 서로 이웃하지 않는 세 변의 중점과 이 정육각형에 외접하는 원의 중심을 각각 연결하여 세 선분을 얻는다. 이 세 선분을 각각 가장 긴 대각선으로 하는 3개의 정육각형을 그려서 얻은  모양의 그림을  $H_1$ 이라 하고, 그림  $H_1$ 의 넓이를  $S_1$ 이라 하자.

그림  $H_1$ 에서 새로 그려진 세 정육각형 내부에 각각 그림  $H_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 그려서 얻은 3개의  모양의 그림을  $H_2$ 라 하고, 그림  $H_2$ 의 넓이를  $S_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 그려서 얻은  $3^{n-1}$ 개의  모양의 그림을  $H_n$ 이라 하고, 그림  $H_n$ 의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?

[4점]



- ①  $\frac{27}{11}\sqrt{3}$                       ②  $\frac{9}{4}\sqrt{3}$                       ③  $\frac{27}{13}\sqrt{3}$   
④  $\frac{27}{14}\sqrt{3}$                       ⑤  $\frac{9}{5}\sqrt{3}$

19. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{x-2} & (x > 3) \\ \sqrt{3-x} + a & (x \leq 3) \end{cases}$$

일 때, 함수  $f$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $f$ 의 치역은  $\{y \mid y > 2\}$ 이다.  
 (나) 임의의 두 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 \neq x_2$ 이면  
 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.

$f(2)f(k) = 40$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{3}{2}$                       ②  $\frac{5}{2}$                       ③  $\frac{7}{2}$   
 ④  $\frac{9}{2}$                       ⑤  $\frac{11}{2}$

20. 여섯 개의 문자 A, B, C, D, E, F를 모두 사용하여 만든 6자리 문자열 중에서 다음 조건을 모두 만족시키는 문자열의 개수는?

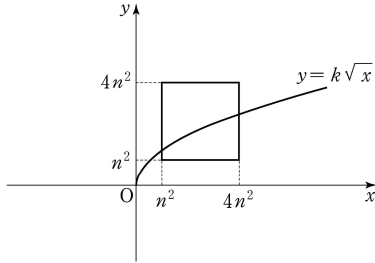
- (가) A의 바로 다음 자리에 B가 올 수 없다.  
 (나) B의 바로 다음 자리에 C가 올 수 없다.  
 (다) C의 바로 다음 자리에 A가 올 수 없다.

(예를 들어 CDFBAE는 조건을 만족시키지만 CDFABE는 조건을 만족시키지 않는다.) [4점]

- ① 380                      ② 432                      ③ 484  
 ④ 536                      ⑤ 598



21. 좌표평면에서 자연수  $n$ 에 대하여  $A_n$ 을 4개의 점  $(n^2, n^2)$ ,  $(4n^2, n^2)$ ,  $(4n^2, 4n^2)$ ,  $(n^2, 4n^2)$ 을 꼭지점으로 하는 정사각형이라 하자.



- 정사각형  $A_n$ 과 함수  $y = k\sqrt{x}$ 의 그래프가 만나도록 하는 자연수  $k$ 의 개수를  $a_n$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?  
[4점]

[ 보기 ]

ㄱ.  $a_5 = 15$

ㄴ.  $a_{n+2} - a_n = 7$

ㄷ.  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 200$

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 단답형

22. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여

$$A = \{2, 3, 4, 5, 6\}, A - B = \{2, 6\}$$

일 때, 집합  $A \cap B$ 의 모든 원소의 합을 구하시오. [3점]

23. 문자  $a, b, c$ 에서 중복을 허용하여 세 개를 택하여 만든 단어를 전송하려고 한다. 단, 전송되는 단어에  $a$ 가 연속되면 수신이 불가능하다고 하자. 예를 들면  $aab, aaa$  등은 수신이 불가능하고  $bba, aba$  등은 수신이 가능하다. 수신 가능한 단어의 개수를 구하시오. [3점]

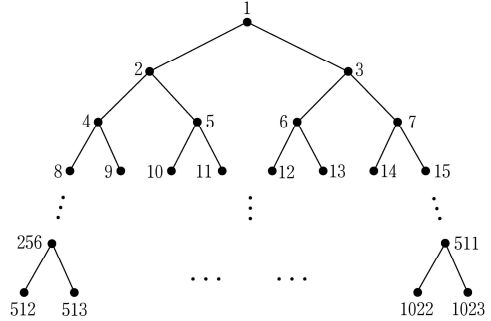
24. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{4^n} = 2$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 4^{n+1} - 3^{n-1}}{4^{n-1} + 3^{n+1}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x+1)-8}{x^2-4} = 5$ 일 때,

$f(3) + f'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다음은 1023개의 꼭지점을 갖는 수형도에 1부터 1023까지 연속된 자연수를 각 꼭지점에 규칙적으로 대응시킨 것이다.



1이 대응된 꼭지점에서  $a$ 가 대응된 꼭지점까지 가는 경로와 1이 대응된 꼭지점에서  $b$ 가 대응된 꼭지점까지 가는 경로에 공통으로 포함되는 꼭지점에 대응된 자연수 중 최대값을  $M(a, b)$ 라 하자. 예를 들어,  $M(4, 11) = 2$ ,  $M(7, 12) = 3$ 이다.

$M(33, 79) = k$ 라 할 때,  $10k$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 어느 고등학교에서 오전 8시 이전에 등교하는 학생의 비율  $p$ 를 알아보기 위하여, 어느 날 이 학교 학생 중에서 300명을 임의추출하여 오전 8시 이전에 등교한 학생의 표본비율  $\hat{p}$ 을 구하였다. 표본비율  $\hat{p}$ 을 이용하여 구한 비율  $p$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $[0.701, 0.799]$ 일 때, 임의추출된 300명의 학생 중에서 오전 8시 이전에 등교한 학생의 수를 구하시오.

(단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따를 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 이다.) [4점]

28. 네 학생  $A, B, C, D$ 가 각각 자신의 수학 교과서를 한 권씩 꺼내어 4권을 섞어 놓고, 한 권씩 임의로 선택하기로 하였다.  $D$ 가 먼저  $A$ 의 교과서를 선택하였을 때, 나머지 세 학생이 아무도 자신의 교과서를 선택하지 못할 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $10(p+q)$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든

삼차함수  $f(x)$ 에 대하여  $\int_0^3 f(x) dx$ 의 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  
 $4m$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가)  $f(0) = 0$

(나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f'(2-x) = f'(2+x)$ 이다.

(다) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f'(x) \geq -3$ 이다.

30. 최고차항의 계수가 1이고,  $f(0) = 3$ ,  $f'(3) < 0$ 인 사차함수  $f(x)$   
 가 있다. 실수  $t$ 에 대하여 집합  $S$ 를

$S = \{a \mid \text{함수 } |f(x) - t| \text{가 } x = a \text{에서 미분가능하지 않다.}\}$

라 하고, 집합  $S$ 의 원소의 개수를  $g(t)$ 라 하자. 함수  $g(t)$ 가  $t = 3$ 과  
 $t = 19$ 에서만 불연속일 때,  $f(-2)$ 의 값을 구하시오. [4점]